



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Кинетическое уравнение для волн на воде и прогноз ветрового волнения

С.И. БАДУЛИН<sup>1,2</sup>, В.Е. ЗАХАРОВ<sup>1-4</sup>

в сотрудничестве с

А.Н. Пушкарёвым, В.В. Геогджаевым, D. Resio

M. Benoit, E. Gagnaire-Renou,

А. Бабанин

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова, <sup>2</sup>Новосибирский  
государственный университет, <sup>3</sup>Физический институт им. П.Н.  
Лебедева, <sup>4</sup>Университет Аризоны

10 июня 2011

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

- 1 Кинетическое (Хассельманна) уравнение
  - Ветровая накачка
  - Диссипация
  - Нелинейный перенос
- 2 A misguiding star by Komen, Hasselmann, Hasselmann
- 3 О доминировании нелинейного переноса
- 4 Асимптотическая теория ветрового волнения
- 5 Пространственный рост волнения в численном эксперименте и стадии роста волнения
- 6 Публикации



# Klauss HASSELMANN 1962, On the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Уравнение Хассельманна, баланса

$$\frac{\partial n_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \nabla_{\mathbf{r}} n_{\mathbf{k}} = S_{in} [n_{\mathbf{k}}] + S_{diss} [n_{\mathbf{k}}] + S_{nl} [n_{\mathbf{k}}]$$

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

На самом деле это уравнение нужно писать для  $N(\mathbf{k})$  – единственная неточность Хассельманна

## Кинетическое уравнение

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \nabla_{\mathbf{r}} N_{\mathbf{k}} = S_{in} [N_{\mathbf{k}}] + S_{diss} [N_{\mathbf{k}}] + S_{nl} [N_{\mathbf{k}}]$$



# Правая часть уравнения Хассельманна

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

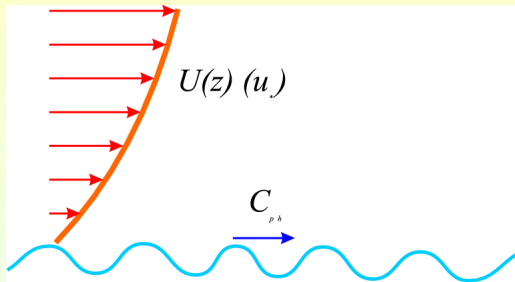
## ВАЖНО !

- Волновая накачка  $S_{in}$  – эмпирически-эвристический
- Диссипация  $S_{diss}$  – эмпирически-эвристический
- Нелинейный перенос  $S_{nl}$  – получен из “первых принципов” и задаётся явным выражением



# Wave input. The Vavilov-Cherenkov excitation Cherenkov, Frank, Tamm – Nobel Prize 1958

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения



Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

## Quasi-linear wave input

$$S_{in} = \beta(\mathbf{k}, N_{\mathbf{k}}) N_{\mathbf{k}},$$

$$\text{wave growth } \beta(\mathbf{k}) = \rho \omega(\mathbf{k}) (\zeta - 1)^n \quad \text{at } \zeta > 1, n = 1, 2.$$

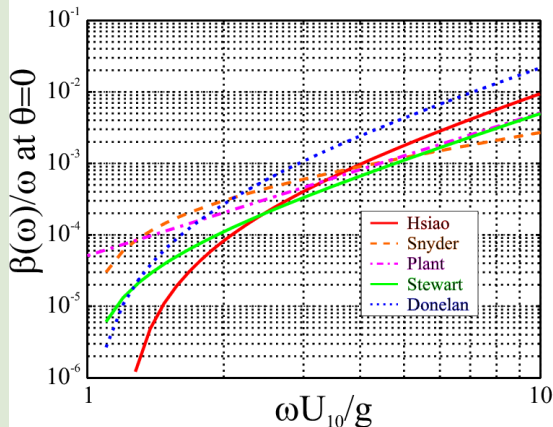
## The Cherenkov-like factor

$$\zeta = s \frac{U_h}{C_{ph}} \cos \theta, \quad s = O(1), \quad \theta \text{ is wave-to-wind direction.}$$



# Какая накачка «правильная»?

## Параметризации инкремента в современных прогностических моделях



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка

Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# «Барашковская» (white-capping) диссипация (Hasselmann, 1974)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Это наименее изученная проблема ветрового волнения  
Общепринятый шаблон

$$S_{diss}(\mathbf{k}) = -\frac{C_{diss}}{g^p} \hat{\omega}^{(2p+1)} E^{p/2} \left[ \delta \left( \frac{\omega}{\hat{\omega}} \right)^2 + (1 - \delta) \left( \frac{\omega}{\hat{\omega}} \right)^4 \right] N(\mathbf{k})$$

где  $\bar{\omega}$

$$\hat{\omega} = E \times \left( \int_0^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \omega^{-1} E(\mathbf{k}) d\omega d\theta \right)^{-1},$$

$C_{diss} = 4.5$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $p = 4$  значения по умолчанию модели WAM-cycle 4. Недавние исследования (Korotkevich et al. 2007, 2008) дают пороговую зависимость от крутизны  $\mu = \hat{\omega} \sqrt{E}/g$ , с показателем  $p > 10$ .

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Интеграл столкновений

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

$$S_{nl} [N_k] = \int_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3} |T_{k, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3}|^2 \{N_2 N_3 (N + N_1) - N N_1 (N_2 + N_3)\} \\ \times \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\omega + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

Кинетическое

уравнение

Ветровая  
накачка

Диссипация

Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

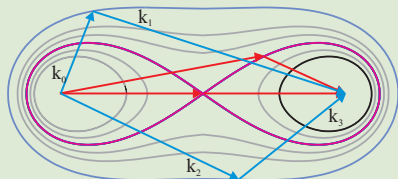
Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

## 4-wave resonances

$$\begin{cases} \omega_0 + \omega_1 = \omega_4 + \omega_3 \\ \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_3 \end{cases}$$



## Explicit formula for $T_{0123}$

$$T_{1234} = - \frac{1}{32\pi^2} \frac{1}{(q_1 q_2 q_3 q_4)^{3/4}} \\ \times \left\{ (-k_2 k_3 + q_2 q_3)(-k_1 k_4 + q_1 q_4) \right. \\ + (-k_1 k_3 + q_1 q_3)(-k_2 k_4 + q_2 q_4) \\ + (k_1 k_2 + q_1 q_2)(k_3 k_4 + q_3 q_4) \\ \left. + \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4 \right. \\ \times \left[ q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 - q_{1-3}(\omega_2 - \omega_4)^2 \right. \\ \left. - q_{2-3}(\omega_2 - \omega_3)^2 - q_{1+2}(\omega_3 + \omega_4)^2 \right] \\ + \frac{(\omega_2 - \omega_4)^2}{q_{1-3} - (\omega_2 - \omega_4)^2} \\ \times [2k_1 k_3 + \omega_1 \omega_3 (q_1 + q_3 - q_{1-3})] \\ \times [2k_2 k_4 + \omega_2 \omega_4 (q_2 + q_4 - q_{1-3})] \\ + \frac{(\omega_2 - \omega_3)^2}{q_{2-3} - (\omega_2 - \omega_3)^2} \\ \times [2k_1 k_4 + \omega_1 \omega_4 (q_1 + q_4 - q_{2-3})] \\ \times [2k_2 k_3 + \omega_2 \omega_3 (q_2 + q_3 - q_{2-3})] \\ + \frac{(\omega_3 + \omega_4)^2}{q_{1+2} - (\omega_3 + \omega_4)^2} \\ \times [2k_1 k_2 + \omega_1 \omega_2 (q_1 + q_2 - q_{1+2})] \\ \times [2k_3 k_4 + \omega_3 \omega_4 (q_3 + q_4 - q_{1+2})] \quad (A2)$$

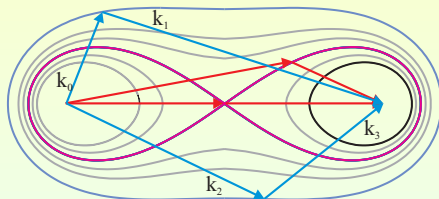




# Direct Interaction Approximation for the collision integral $S_{nl}$

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

DIA учитывает только 4 (четыре!) симметричных квадруплета из всего резонансного континуума (!?)



Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

В спектральных моделях решается большое число уравнений (например,  $24(\text{углы}) \times 25(\text{частот})$ ) для пространственного спектра для получения всего **двух (!!!) характеристик** волнового поля ( $H_S, T_S$  – значимые высота и период волнения).



# Нелинейный перенос в прогностических моделях

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

L. Cavaleri et al. / Progr. in Oceanogr. 75 (2007) 603-674

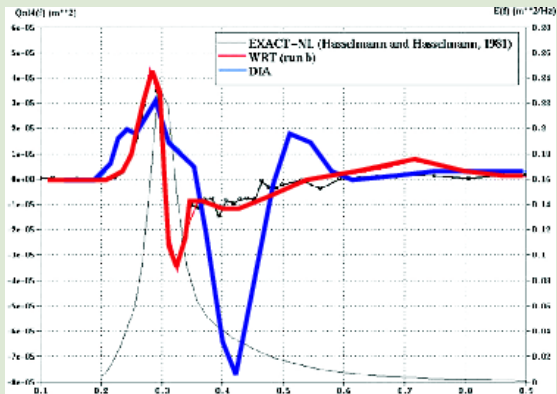


Fig. 7. Nonlinear transfer term  $Q_{nl4}(f)$  computed for the test wave spectrum in deep water. These curves are obtained by integration over wave directions.

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



## Summary of the section

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

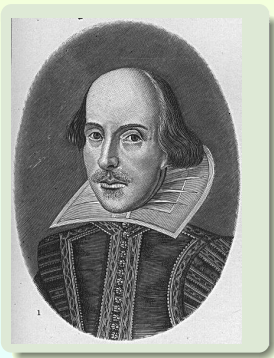
О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

“Something is rotten  
in the state of Denmark”



William Shakespeare

The Tragical History of  
Hamlet, Prince of Denmark



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

Q. Что обеспечивает баланс  
в поле ветровых волн?  
Нелинейный перенос или  
накачка/диссипация?



# Схема 1. Mainstream

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

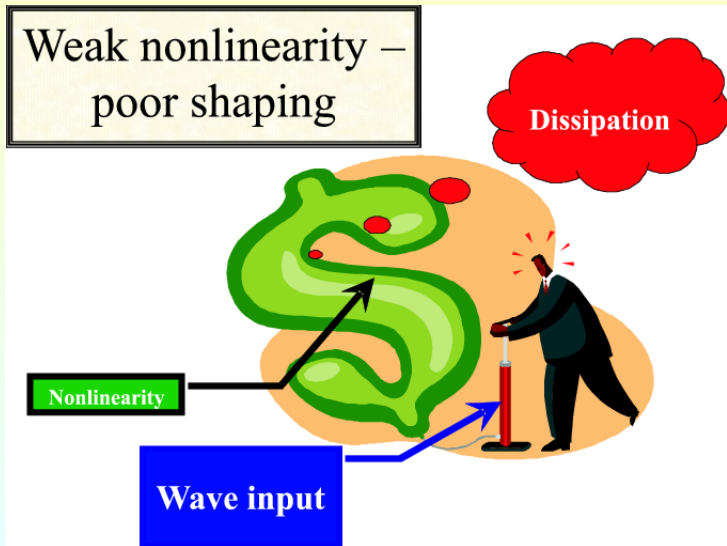
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





## Схема 2. Нелинейный перенос доминирует (наш ответ)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

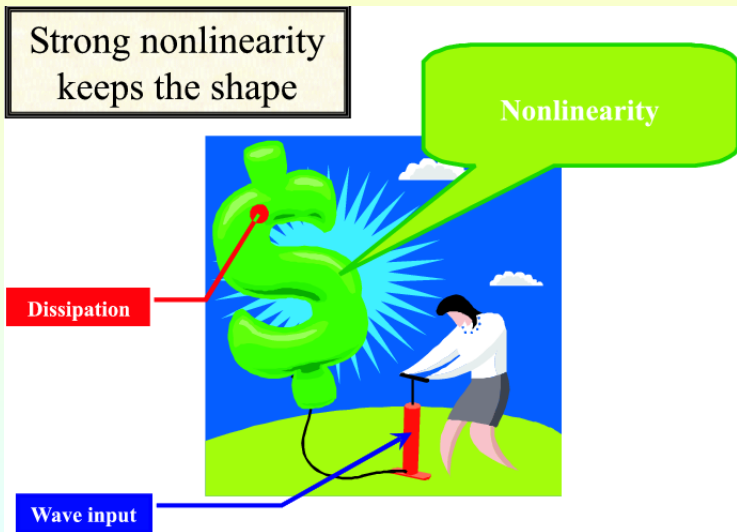
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

# A misguiding star of wind-wave modeling

by Komen, Hasselmann, Hasselmann 1984



# Komen, Hasselmann, Hasselmann 1984,

“On the existence of a fully developed wind-sea spectrum”

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

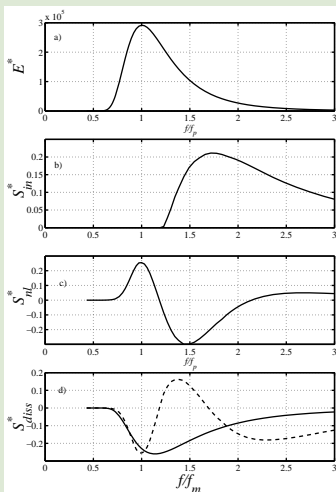
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



- Pierson-Moskowitz spectrum
- Input by Snyder et al. (1981)

$$S_{in}(\omega) = \max(0, 0.25 \rho_a / \rho_w \omega \times (\beta 28 u_* / C_p - 1));$$

- Dissipation

$$S_{diss} = -S_{in} - S_{nl}$$

Output

$$\tilde{S}_{in} : \tilde{S}_{nl} : \tilde{S}_{diss} = 3 : (-1) : (-2)$$

$$\tilde{S}_i = \int_0^{2.5 f_m} S_i df d\theta$$





# Нелинейная накачка и диссипация

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

$$S_{nl} = \pi g^2 \int |T_{0123}|^2 \quad (1)$$

$$(N_1 N_2 N_3 + N N_{\mathbf{k}_2} N_{\mathbf{k}_3} - N N_{\mathbf{k}_1} N_{\mathbf{k}_2} - N N_{\mathbf{k}_1} N_{\mathbf{k}_3}) \\ \times \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Рассмотрим два слагаемых

$$S_{nl} = F_{\mathbf{k}} - \Gamma_{\mathbf{k}} N_{\mathbf{k}} \quad (2)$$

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

где

$$F_{\mathbf{k}} = \pi g^2 \int |T_{0123}|^2 N_1 N_2 N_3 \quad (3)$$

$$\times \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

Асимпт.  
теория  
волнения

$$\Gamma_{\mathbf{k}} = \pi g^2 \int |T_{0123}|^2 (N_1 N_2 + N_1 N_3 - N_2 N_3) \quad (4)$$

$$\times \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Два слагаемых $S_{nl}$ (благодаря Н.Н. Ивенских)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

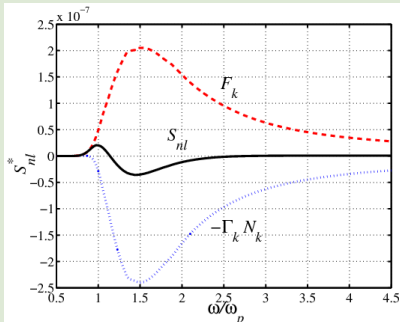
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



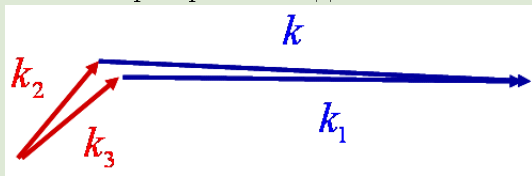
- $S_{nl}$  состоит из двух больших слагаемых противоположных знаков (Хассельманн знал, но заболтал этот факт);
- $S_{nl}$  мало из-за близости к «естественному» состоянию!



## Оценка $\Gamma_{nl}$

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Гипотеза: Определяющий вклад в  $\Gamma_{nl}$  вносят взаимодействия пар коротких и длинных волн



Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

$$\Gamma_k = 36\pi\omega(\omega/\omega_p)^3 \mu_p^4 \cos^2 \Theta,$$

маленький параметр  $\mu_p = \sqrt{\frac{E\omega_p^4}{g^2}}$  – крутизна

Большой множитель:  $36\pi \approx 113.1$



# Нелинейный декремент и ветровой инкремент

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

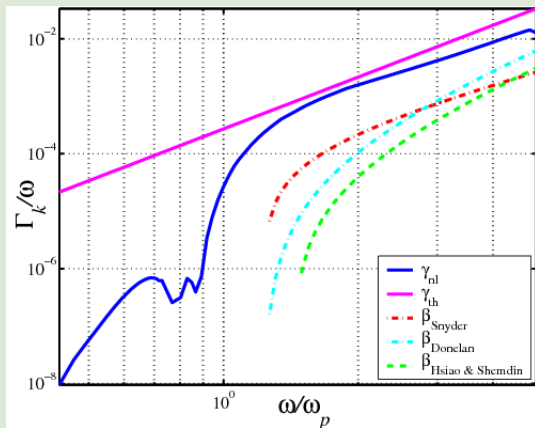
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



Нелинейная релаксация на порядок величины сильнее  
квази-линейной ( $S_{in}$  и  $S_{diss}$ ) !



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

# Что даёт доминирование нелинейного переноса?



# Законы сохранения

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Консервативное КУ

$$\frac{\partial N(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = S_{nl}$$

$$N = \int N(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = \text{const}$$

$$E = \int \omega(\mathbf{k}) N(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = \text{const}$$

$$\mathbf{M} = \int \mathbf{k} N(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = \text{const}$$

**NB.**

**N** – “истинный” интеграл движения. **E**, **M** формальные интегралы (проблема сходимости правой части)

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Решения КУ. Локальное равновесие Рэля-Джинса

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Стационарное решение удовлетворяет

$$S_{nl} = 0$$

Обращение в нуль подинтегрального выражения

$$N_0 N_1 N_2 + N_0 N_1 N_3 - N_0 N_2 N_3 - N_1 N_2 N_3 = 0$$

– баланс в каждой точке резонансной поверхности,  
независимо от коэффициентов взаимодействия.

$$N(\mathbf{k}) = \frac{T}{\omega_k + \mu + \mathbf{kV}} \quad (5)$$

$T$  (температура) и  $\mu, \mathbf{V}$  – произвольные параметры.

**ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ АБСОЛЮТНО  
НЕФИЗИЧНО**

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Потоковые (Колмогорова-Захарова) решения

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Изотропные решения

$P = \text{const}$  – прямой каскад

Захаров, Филоненко 1966

$$E(\omega, \theta) = C_p g^{4/3} P^{1/3} \omega^{-4}$$

$Q = \text{const}$  – обратный каск.

Захаров 1966 (диссер.),

Захаров, Заславский 1983

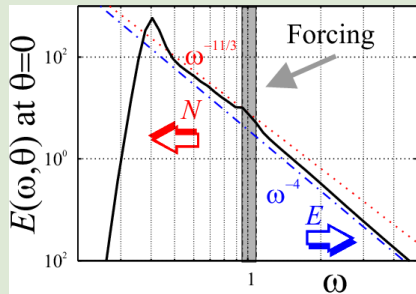
$$E(\omega, \theta) = C_q g^{4/3} Q^{1/3} \omega^{-11/3}$$

## Слабо-анизотропные

Кац, Конторович 1974

$$E(\omega, \theta) = g^{4/3} P^{1/3} \omega^{-4} (C_p + C_m g K \cos \theta / (\omega P) + \dots)$$

## Численное решение



КЗ решения исключительно  
грубы !!!

Кинетическое

уравнение

Ветровая

накачка

Диссипация

Нелинейный

перенос

Misguiding

star

О домини-

ровании

нелинейно-

го

переноса

Асимпт.

теория

волнения

Стадии

роста

волнения

Публикации





# Константы Колмогорова-Захарова

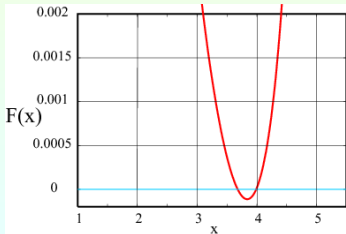
Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Для степенных спектров вида

$$N(\mathbf{k}) = N_0 \left( \frac{|\mathbf{k}|}{|\mathbf{k}_0|} \right)^{-x}$$

спектральные потоки можно вычислить в явном виде  
(Геогджаев, Захаров)

$$S_{nl} = g^{3/2} k^{-3x+19/2} F(x) \quad (6)$$



$F(x) = 0$  для обратного и  
прямого каскадов, т.е.

$P \sim F'|_{x=4}$ ;  $Q \sim F'|_{x=23/6}$   
константы К-З

$$C_p \approx 0.219$$

$$C_q \approx 0.227$$

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Асимптотическая модель растущего волнения

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое

уравнение

Ветровая  
накачка

Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

Уже не гипотеза  $|S_{nl}| \gg |S_{in} + S_{diss}| !!!$

В низшем порядке – консервативное КУ

$$\frac{dN_k}{dt} = S_{nl}$$

Условие замыкания – интегральный баланс

$$\frac{d\langle N_k \rangle}{dt} = \langle S_{in} + S_{diss} \rangle$$



# Автомодельные решения

$$(S_{nl}[\nu N(\nu \mathbf{k})] = \nu^3 \nu^{19/2} S_{nl}[N(\mathbf{k})])$$

## Автомодельность второго рода (неполная)

Временной рост

$$E(\omega) = \tau^{p_\tau} \Phi(\omega/\omega_p); \quad \tau = t/t_0 \quad (*)$$

или пространственный

$$E(\omega) = \chi^{p_\chi} \Phi(\omega/\omega_p); \quad \chi = x/x_0 \quad (**)$$

при  $E$  и  $\langle S_{in} + S_{diss} \rangle$  – степенных функциях  $t, \chi$ .

## Слаботурбулентный закон роста

Колмогоровское соотношение энергия-поток

$$\frac{E\omega_p^4}{g^2} = \alpha_{ss} \left( \frac{\omega_p^3 dE/dt}{g^2} \right)^{1/3}$$

получается элементарным исключением времени (координаты) из решений (\*, \*\*).  $\alpha_{ss}$  зависит от  $p_\chi, p_\tau$  – аналог констант Колмогорова-Захарова

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Временной рост.

Зыбь – ни накачки, ни диссипации

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

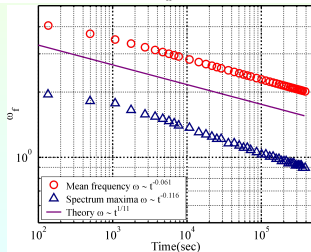
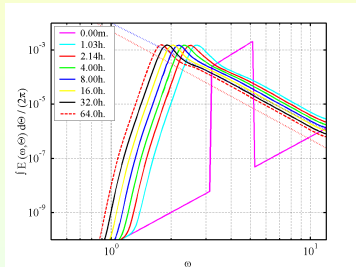
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

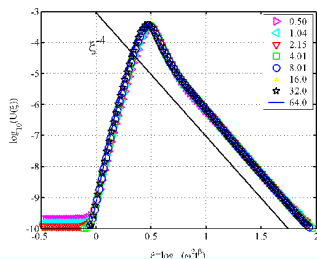


$$N(\mathbf{k}, t) = at^0 U_{\frac{2}{11}}(kt^{-\frac{1}{11}})$$

$$N_{max} = \text{const}$$

$$\omega_p \sim t^{-1/11}$$

Extremely fast relaxation to a  
self-similar state

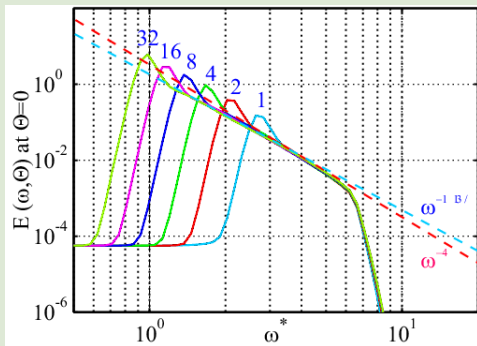




# Решения с волновой накачкой

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Численные решения



Решения стремятся к автомодельным асимптотикам – аналогам решений Колмогорова-Захарова

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

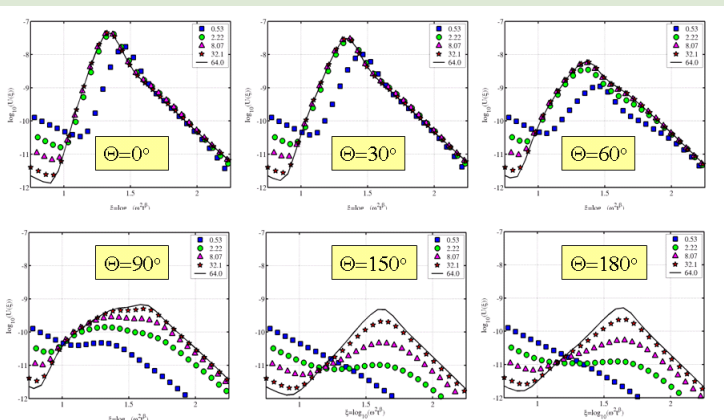


# Решения с волновой накачкой

## Зависимость релаксации от направления

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

$$N(k, t) = at^{23/11} U_{6/11}(bkt^{-6/11}), r_T = 1$$



Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

«Заколдованный круг» – автомодельность требует сильной накачки (!?)



# Численные решения. Сравнение с параметризацией JONSWAP

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

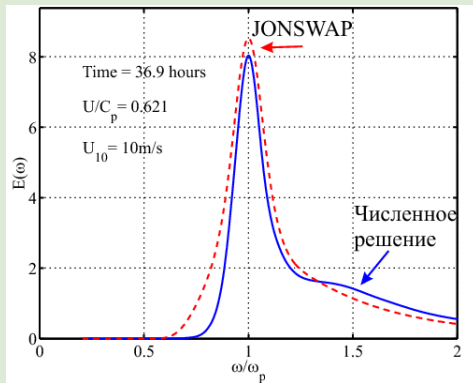
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



Асимптотики численных решений и экспериментальных параметризаций отвечают асимптотикам Колмогорова-Захарова



# Экспериментальные спектры (Hwang et al. 2000)

## Одномерные спектры

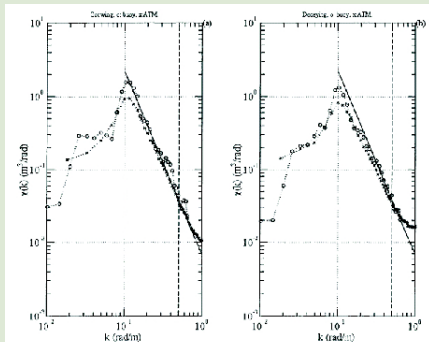


Fig. 8. A comparison of the one-dimensional spectra measured by ATM (triangles) and offshore buoy (ID 44014) (circles). (a) Average of the first 2 hours of data (quasi-steady condition), and (b) average of the last 2 hours of data (decaying wave field). Solid curves:  $\phi(k) = 0.16 g_0^2 k^{-4}$  (Phillips IWR).

Прямые показывают наклон отвечающий решению для  
прямого каскада  $E(\omega) \sim \omega^{-4}$

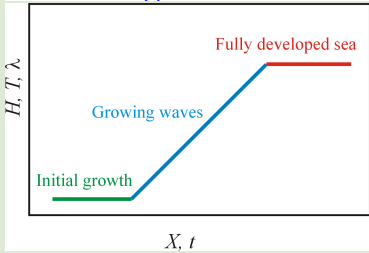
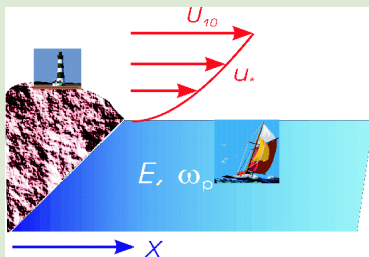




# Попытка навести элементарный порядок в исследованиях роста волнения

Кин. ур-е и прогноз волнения

## Пространственный рост



## Степенные аппроксимации

от безразмерного разгона

$$\chi = xg/U_h^2$$

$$\tilde{E} = E_0\chi^{p_x}; \quad \tilde{\omega}_p = \omega_0\chi^{-q_x}$$

или безразмерного времени

$$\tau = tg/U_h$$

$$\tilde{E} = E_0\tau^{p_\tau}; \quad \tilde{\omega}_p = \omega_0\tau^{-q_\tau}$$

(Китайгородский 1962)

Четыре свободных параметра!!!

????????????????????????????

Кинетическое уравнение  
Ветровая накачка  
Диссипация  
Нелинейный перенос

Misguiding star

О доминировании нелинейного переноса

Асимпт. теория волнения

Стадии роста волнения

Публикации



# Существует ли универсальность роста волнения?

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

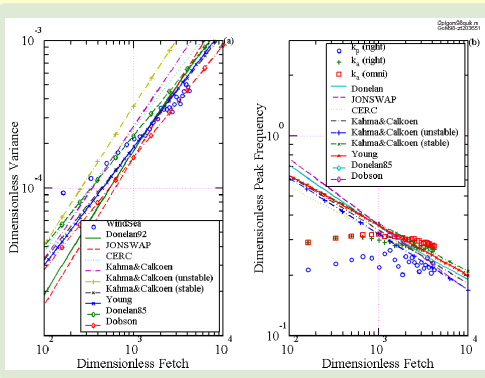
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



Разброс параметров  
роста

$$0.6 < p_x < 1.1;$$

$$0.68 < 10^7 E_0 < 18.6;$$

$$0.23 < q_x < 0.33;$$

$$10.4 < \omega_0 < 22.6$$

Thanks to Paul Hwang

“PERHAPS IT IS TIME TO ABANDON THE IDEA THAT A UNIVERSAL POWER LAW FOR NON-DIMENSIONAL FETCH-LIMITED GROWTH RATE IS ANYTHING MORE THAN AN IDEALIZATION”.

M. Donelan et al., 1992



# Что дают наши автомодельные соотношения?

Для двухпараметрического семейства решений

$$\frac{E\omega_p^4}{g^2} = \alpha_{ss} \left( \frac{\omega_p^3 dE/dt}{g^2} \right)^{1/3}$$

Временной рост

$$p_\tau = \frac{9q_\tau - 1}{2};$$

$$E_0\omega_0^4 = \alpha_{ss} \left( p_\tau E_0\omega_0^3 \right)^{1/3}$$

Пространственный

$$p_\chi = \frac{10q_\chi - 1}{2};$$

$$E_0\omega_0^4 = \alpha_{ss} \left( p_\chi E_0\omega_0^2/2 \right)^{1/3}$$

Как сравнивать с экспериментом?

- 1 Проверить зависимость  $p$  от  $q$ ;
- 2 Оценить  $\alpha_{ss}$

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# Трудности сравнения

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

“... the effective fetch concept is a poor approximation”  
Kahma & Pettersson 1994, p.26

## Data quality checklist

- 1 Лабораторные данные – принципиально иная физика;
- 2 Что такое пространственный рост?
  - пересчёт длительности в разгон;
  - фиктивные корреляции из-за обезразмеривания на скорость ветра
- 3 Композитные данные – данные при существенно различных показателях роста

Рассматриваем 4 группы экспериментов

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# “Cleanest” experiments

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

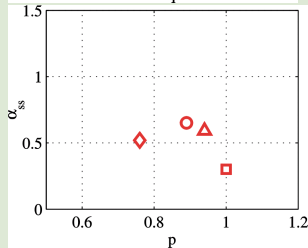
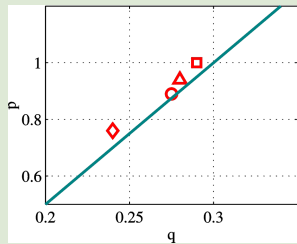
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



- – Black Sea, Babanin, 1996
- – US coast, Walsh et al 1989
- △ – Bothnian Sea, unstable  
Kahma & Calkoen, 1992
- ◇ – Bothnian Sea, stable  
Kahma & Calkoen, 1992

$$p_x = \frac{10q_x - 1}{2};$$

$$E_0\omega_0^4 = \alpha_{ss} \left( \frac{p_x E_0\omega_0^2}{2} \right)^{1/3}$$



# Composite data

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

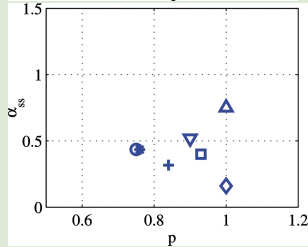
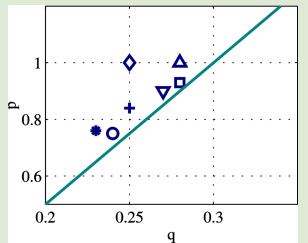
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



○ – Dobson et al. 1989

□ – Kahma & Pettersson 1994

△ – JONSWAP, Davidan 1980

◇ – JONSWAP, Phillips 1977

▽ – Kahma & Calkoen 1992,  
composite

\* – Lake Ontario, Donelan  
et al. 1985

+ – CERC (1977), by Young  
1999

$$p_x = \frac{10q_x - 1}{2};$$

$$E_0\omega_0^4 = \alpha_{ss} \left( \frac{p_x E_0\omega_0^2}{2} \right)^{1/3}$$



# “Bad” experiments

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

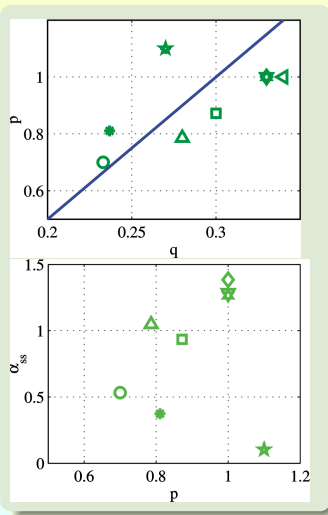
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



- – Wen et al. 1989
- – Evans & Kibblewhite 1990, neutral
- △ – Evans & Kibblewhite 1990, stable
- ◇ – Kahma & Calkoen 1981,86, rapid
- ▽ – Kahma & Calkoen 1981, average
- \* – Donelan et al.1992
- – Hwang & Wang (2004,06)
- + – Ross 1978, Atlantic, stable
- ★ – Liu & Ross 1980, L.Michigan, unstable
- ◁ – Davidan 1996,  $u^*$  scaling



# “Sea + Lab” experiments

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

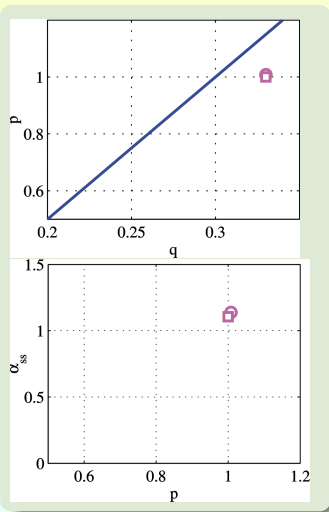
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



○ – JONSWAP, Hasselmann et al. 1973

□ – Mitsuyasu et al. 1971

$$p_x = \frac{10q_x - 1}{2};$$

$$E_0\omega_0^4 = \alpha_{ss} \left( \frac{p_x E_0\omega_0^2}{2} \right)^{1/3}$$





Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

# Пространственный рост волнения в численном эксперименте и стадий развития волнения



# Пространственный (fetch-limited) рост (с М. Benoit & Е. Gagnaire-Renou)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

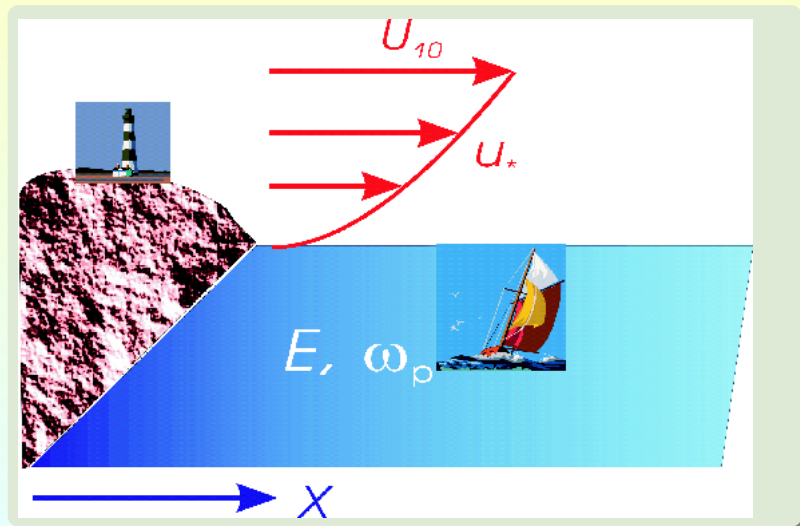
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





# Два метода вычисления столкновительного интеграла и две функции накачки

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

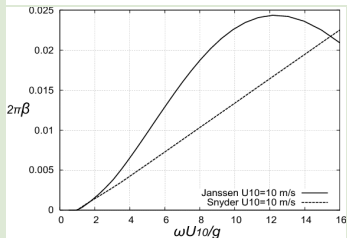
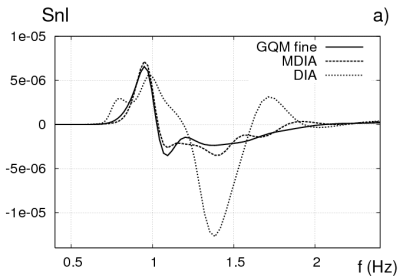
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



Для интеграла  
столкновений

DIA – Discrete  
Interaction  
Approximation  
MDIA – Multiple DIA

GQM – Gauss  
Quadrature  
Method  
(Lavrenov, 2002)

Для функций накачки

Snyder et al. 1981  
Janssen 1989, 1991



# Энергия – разгон (безразмерные)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

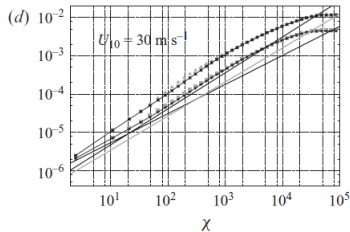
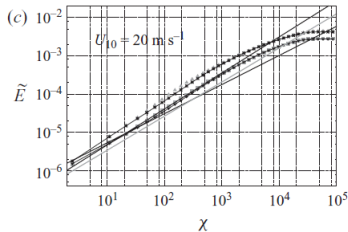
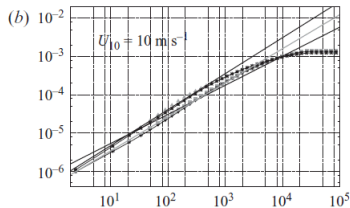
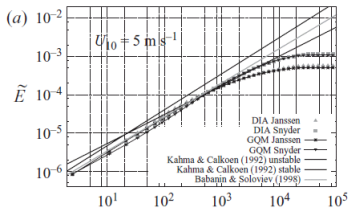
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





# Частота – разгон (безразмерные)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

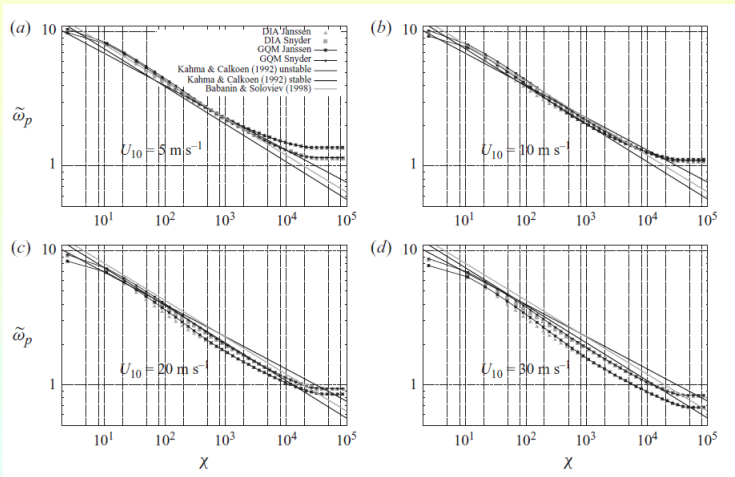
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





# Энергия-поток для пространственного роста

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

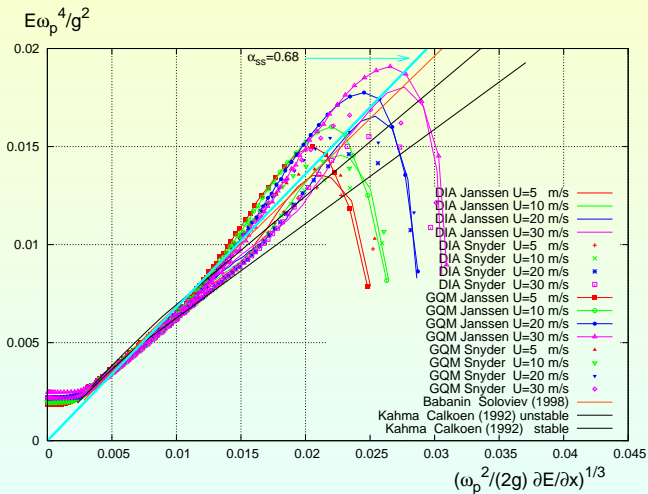
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

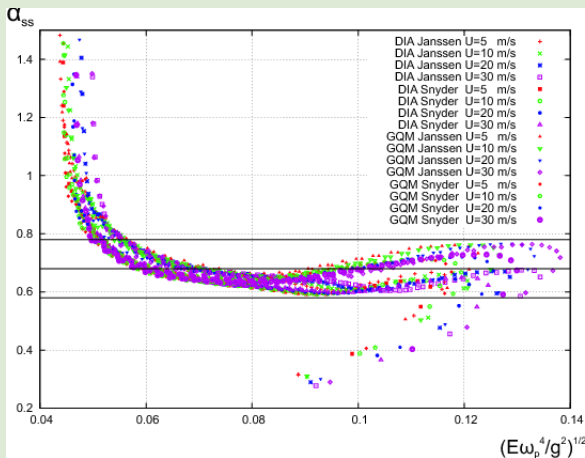




# Параметр автомодельности $\alpha_{SS}$ для пространственного роста

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

$\alpha_{SS} \sim p_x^{1/3}$  зависит от степени роста волнения



Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка

Диссипация

Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



Есть ли «более равные» среди предъявленных нами автомодельных решений ?

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

«Канонические» зависимости  $H \sim T^z$   
ABC of wind-wave growth

- $z = 5/3$  – Hasselmann et al., 1976 –  $dM/dt = \text{const}$ ;
- $z = 3/2$  – Toba, 1972 –  $dE/dt = \text{const}$ ;
- $z = 4/3$  – Zakharov & Zaslavskii, 1983 –  $dN/dt = \text{const}$

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

“ALL ANIMALS ARE EQUAL BUT SOME ANIMALS  
ARE MORE EQUAL THAN OTHERS”

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



George Orwell, “Animal Farm”





# ABC и D (зыбь) на $H - T$ зависимостях – «алфавит» ветрового волнения

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

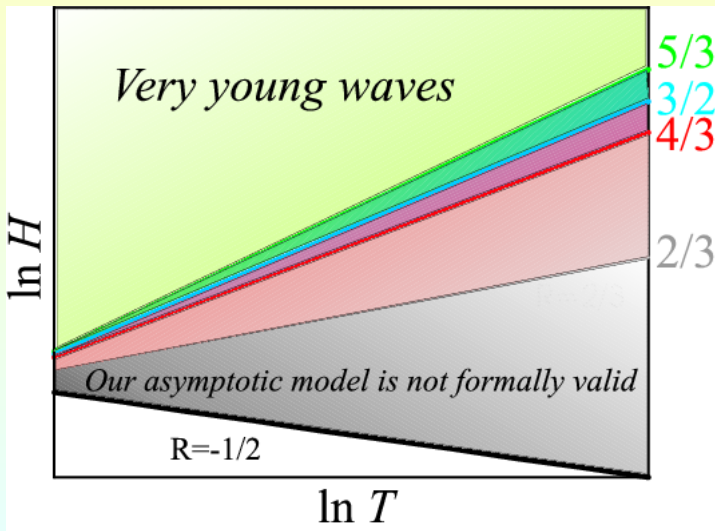
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





## В. Постоянный поток энергии – з-н Тоба 3/2

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Тоба (1972)

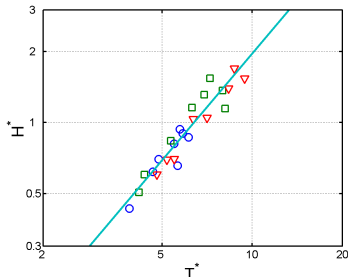
Стоксов дрейф =

напряжение трения ветра

$$H_s = B(gu_*)^{1/2} T_s^{3/2} \quad (\text{Тоба})$$

$B = 0.062$  – постоянная

Лаб.эксперимент (Тоба 1961)



Волновая турбулентность

У нас постоянство потока  
энергии !!!

$$\frac{dE}{dt} = \frac{E^3 \omega_p^9}{\alpha_{ss} g^4} = \text{const}$$

МОЖНО ОЦЕНИТЬ ЭТОТ ПОТОК

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi^9 B^6 u_*^3}{8 \alpha_{ss}^3 g} = 0.16 \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{u_*^3}{\alpha_{ss}^3 g}$$

**Осторожно!**  
**высокие степени  $E$  и  $\omega_p$ !!!**

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации



# А. Постоянный поток импульса – закон 5/3. Hasselmann et al. 1976

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Одно-параметрическая зависимость

$$\tilde{E} = C_0 \left( \frac{\tilde{\omega}_p}{2\pi} \right)^{-10/3}; \quad C_0 = 5.1 \times 10^{-6}$$

Энергия линейно зависит от разгона ( $p_x = 1$ ,  $q_x = 3/10$ )

Кинетическое

уравнение

Ветровая  
накачка

Диссипация

Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

Поток импульса постоянен

$$dM/dt = \text{const}$$

Конвертируем энергию в поток

$$\frac{dE}{dt} = 7.7 \times 10^{-3} \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{C_p U_*^2}{\alpha_{ss}^3 g}$$

Естественно связать поток импульса  
с напряжением трения турбулентного ветра

$$\tau_w = \langle u'w' \rangle$$



# С. Постоянный поток действия – закон 4/3 (Если хочется, то можно)

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Рисунок Захаров, Заславский, 1983.  
Теория и эксперимент JONSWAP

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

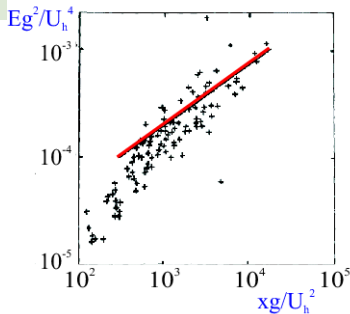
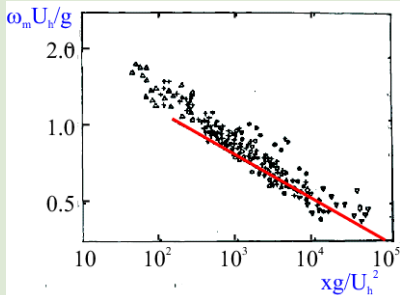
Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации





# С. Постоянный поток действия – закон 4/3. Захаров, Заславский 1983

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Одно-параметрическая зависимость

$$\tilde{E} = 1.5 \times 10^{-3} \tilde{\omega}_p^{-8/3} \quad (7)$$

показатели  $p_\chi = 4/7$  и  $q_\chi = 3/14$  близки к минимальным наблюдаемым значениям

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

## Конвертация энергии в поток

$$\frac{dE}{dt} = 1.6 \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{C_p^{-1} u_*^4}{\alpha_{ss}^3 g}$$

## Постоянный поток действия

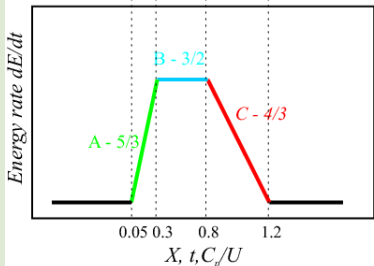
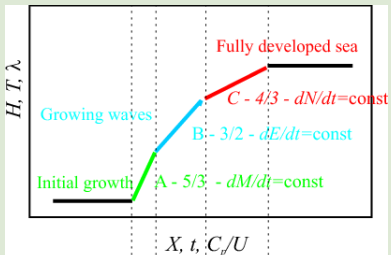
$$dN/dt = \text{const}$$



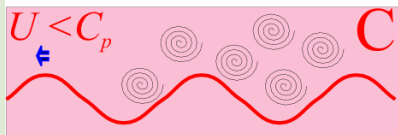
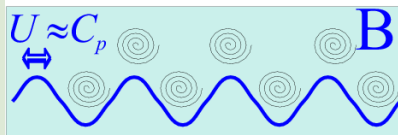
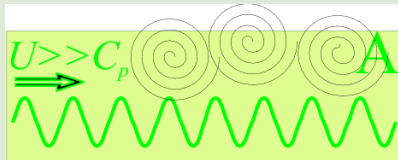
# Как взаимодействуют волны и ветер?

Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

## Рост волн



## Различные режимы взаимодействия



Кинетическое уравнение  
Ветровая накачка  
Диссипация  
Нелинейный перенос  
Misguiding star

О доминировании нелинейного переноса

Асимпт. теория волнения

Стадии роста волнения

Публикации



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star




О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

## Публикации

-  S. I. Badulin, A. V. Babanin, D. Resio, and V. Zakharov, Weakly turbulent laws of wind-wave growth, *J. Fluid Mech.* 591 (2007), 339–378.
-  S. I. Badulin, A. N. Pushkarev, D. Resio, and V. E. Zakharov, Self-similarity of wind-driven seas, *Nonl. Proc. Geophys.* 12 (2005), 891–946.
-  Badulin, S. I., Babanin, A. V., Resio, D. & Zakharov, V. 2008a Numerical verification of



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

weakly turbulent law of wind wave growth. In IUTAM Symposium on Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence. Proceedings of the IUTAM Symposium held in Moscow, 25-30 August, 2006 (ed. A. V. Borisov, V. V. Kozlov, I. S. Mamaev & M. A. Sokolovskiy), IUTAM Bookseries, vol. 6, pp. 175–190. Springer, ISBN: 978-1-4020-6743-3.



Badulin, S. I., Korotkevich, A. O., Resio, D. & Zakharov, V. E. 2008b Wave-wave interactions in wind-driven mixed seas. In Proceedings of the Rogue Waves 2008





Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

Workshop, October 13-15, 2008, Brest, France (ed. Michel Olagnon & Marc Prevosto), pp. 77–86. IFREMER, Brest, France.



Badulin, S. I. & Caulliez, G. 2009

Significance of laboratory observations for modeling wind-driven seas. In Geophysical Research Abstracts, EGU General Assembly 2009, vol. 11, pp. 12694.



E. Gagnaire-Renou, M. Benoit, and S. I. Badulin, On weakly turbulent scaling of wind sea, JFM (2010), accepted.



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос



Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

-  A. O. Korotkevich, A. N. Pushkarev, D. Resio, and V. E. Zakharov, Numerical verification of the weak turbulent model for swell evolution, *Eur. J. Mech. B/Fluids* 27 (2008), no. 361, doi:10.1016/j.euromechflu.2007.08.004.
-  V. P. Krasitskii, On reduced Hamiltonian equations in the nonlinear theory of water surface waves, *J. Fluid Mech.* 272 (1994), 1–20 (English).



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

Pushkarev et al.(2003)Pushkarev, Resio & Zakharov]PRZ2003 Pushkarev, A. N., Resio, D. & Zakharov, V. E. 2003 Weak turbulent theory of the wind-generated gravity sea waves. Phys. D: Nonlin. Phenom. 184, 29–63.



V. E. Zakharov, Problems of the theory of nonlinear surface waves, Ph.D. thesis, Budker Institute for Nuclear Physics, Novosibirsk, USSR, 1966.



V. E. Zakharov, Statistical theory of gravity and capillary waves on the surface of a



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

finite-depth fluid, *Eur. J. Mech. B/Fluids* 18 (1999), 327–344 (English).



V. E. Zakharov, G. Falkovich, and V. Lvov, *Kolmogorov spectra of turbulence. part I*, Springer, Berlin, 1992 (English).



V. E. Zakharov and N. N. Filonenko, *Energy spectrum for stochastic oscillations of the surface of a fluid*, *Soviet Phys. Dokl.* 160 (1966), 1292–1295 (English).



V. E. Zakharov, A. O. Korotkevich, A. N. Pushkarev, and D. Resio, *Coexistence of*



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Кинетическое  
уравнение  
Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации

weak and strong wave turbulence in a swell propagation, Phys. Rev. Lett. 99 (2007), no. 164501.



V. E. Zakharov and M. M. Zaslavsky, The kinetic equation and Kolmogorov spectra in the weak-turbulence theory of wind waves, Izv. Atmos. Ocean. Phys. 18 (1982), 747–753 (English).



V. E. Zakharov and M. M. Zaslavsky, Dependence of wave parameters on the wind velocity, duration of its action and fetch in the weak-turbulence theory of water waves,



Кин. ур-е  
и прогноз  
волнения

Izv. Atmos. Ocean. Phys. 19 (1983), no. 4,  
300–306 (English).

Кинетическое  
уравнение

Ветровая  
накачка  
Диссипация  
Нелинейный  
перенос

Misguiding  
star

О домини-  
ровании  
нелинейно-  
го  
переноса

Асимпт.  
теория  
волнения

Стадии  
роста  
волнения

Публикации